

CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FRACÇÃO À LUZ DE UM ESTUDO COM ALUNOS DO 6.º ANO DO ENSINO BÁSICO

Paula Cardoso
Escola Secundária Carlos Amarante
p.cardoso.sousa@netcabo.pt

Ema Mamede
Universidade do Minho
emamede@iec.uminho.pt

Resumo

As dificuldades dos alunos na aprendizagem do conceito de fracção estão relacionadas com a natureza das fracções e com as abordagens utilizadas no seu ensino.

Em muitos países a primeira abordagem às fracções é feita recorrendo à situação parte-todo (Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005). Embora pareça pressupor-se que a situação parte-todo facilita a aprendizagem deste conceito matemático, escassos são os estudos que sustentem esta posição (Mamede, Nunes & Bryant, 2005). Poderemos questionar-nos se uma maior exploração de diferentes interpretações de fracções ajudaria os alunos a melhorar o seu conceito de fracção.

Esta comunicação descreve um estudo que envolve 84 alunos do 6.º ano de escolaridade procurando perceber que alterações se dão na aprendizagem do conceito de fracção quando os alunos trabalham com uma maior diversidade de situações em que estas são utilizadas. Procurou-se responder a três questões: (1) Existirão diferenças significativas no conceito de fracção dos alunos após exposição destes a um maior contacto com a interpretação do conceito de fracção como quociente? (2) Que efeitos se tornam evidentes no desempenho dos alunos no trabalho com fracções quando os seus diferentes tipos de interpretações são usados?

Discutem-se aqui os resultados obtidos à luz de uma análise quantitativa.

Introdução

Os alunos têm, tradicionalmente, dificuldades na aprendizagem do conceito de fracção. Apesar da maioria dos alunos saber aplicar algoritmos específicos, o seu conceito global de fracção é deficiente (Moss & Case, 1999). Também em Portugal, as fracções são um dos temas em que os alunos revelam mais dificuldades (Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005).

Vários autores argumentam que o conceito de fracção só fica completamente adquirido quando o aluno domina as fracções em todas as situações, ou interpretações, em que estas são utilizadas (Behr, Wachsmuth, Post & Lesh, 1984; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Kieren, 1976). Contudo, são ainda poucos os estudos centrados no modo como as situações influenciam a compreensão do conceito de fracção das crianças.

Compreender o conceito de fracção pressupõe, entre outros aspectos, a capacidade de representar fracções e o domínio dos seus aspectos lógicos (equivalência e ordenação) (Nunes, Bryant, Pretzlik, Wade, Evans & Bell, 2004; Mamede, 2007). O domínio do conceito de fracção

só está adquirido quando a criança consegue utilizar e representar fracções nas suas diferentes situações ou interpretações.

A investigação tem mostrado que as situações podem afectar a compreensão dos conceitos pelas crianças. No campo das estruturas aditivas, a literatura tem mostrado que o tipo de situação utilizado para apresentar os problemas às crianças pode determinar a qualidade da resolução dos mesmos (ver Carpenter & Moser, 1982; De Corte & Verschaffel, 1987; Fuson & Willis, 1986). No campo das fracções, pouco se sabe ainda sobre a relação entre as situações em que as fracções são utilizadas e a compreensão do conceito de fracção. O estudo aqui apresentado pretende analisar precisamente diferentes situações em que as fracções são utilizadas e a compreensão deste conceito pelas crianças.

As situações em que as fracções são utilizadas

Na literatura é possível encontrar diversas classificações de situações, ou interpretações, em que as fracções são utilizadas. Kieren (1976), baseado no conceito de subconstructo, distingue sete interpretações para o conceito de fracção que mais recentemente deram lugar a quatro subconstructos. São eles: (1) quociente; (2) medida, onde inclui o modelo parte-todo; (3) razão; e (4) operador. Posteriormente, Behr, Lesh, Post e Silver (1983), baseados na classificação inicial de Kieren, distinguiram as mesmas situações embora considerando medida e parte-todo como dois modelos distintos. Marshall (1993), baseada no conceito de 'schema', apresenta uma classificação muito idêntica à de Behr e colegas, distinguindo situações com a mesma designação. Mais recentemente, Nunes et al. (2004) propõem uma classificação de situações em que as fracções são usadas. Essa classificação baseia-se no significado que os valores utilizados na representação numérica da fracção assumem, distinguindo-se deste modo as situações *quociente*, *parte-todo*, *operador* e *quantidades intensivas*. Apesar da existência de diferentes classificações de situações em que as fracções são usadas, estas possuem algo em comum e que se resume ao facto todas distinguirem as situações *quociente*, *parte-todo* e *operador*. Por este motivo foram as situações seleccionadas para integrar este estudo. Convém aqui lembrar que estes três modelos se encontram entre as situações que o programa de Matemática prevê para exploração na sala de aula (DGIDC, 2007).

Nas situações quociente, o denominador da fracção representa o número de recipientes e o numerador representa o número de itens a dividir pelos recipientes (por exemplo, $\frac{2}{3}$ significa que 3 amigos vão repartir de forma justa 2 bolos). Neste tipo de situações, a fracção $\frac{2}{3}$ representa ainda a parte de bolo que cada criança vai comer, independentemente da forma como o bolo foi cortado. Nas situações parte-todo, o denominador da fracção representa o número de partes em que um bolo é dividido e o numerador indica o número dessas partes que são retiradas, (por exemplo, um bolo é dividido em 3 partes iguais e 2 são comidas, significa que foi

comido $\frac{2}{3}$ do bolo). Por último, nas situações de operador, o denominador representa o número de grupos iguais em que o conjunto de elementos foi dividido e o numerador representa o número desses grupos que lhe foram retirados (por exemplo, o Zé tem 12 berlindes que separou em 3 grupos iguais levando para a escola apenas dois desses grupos; o Zé levou $\frac{2}{3}$ dos seus berlindes para a escola, ou seja levou 8 berlindes) (Nunes et al., 2004).

Dificuldades na compreensão do conceito de fracção

Os obstáculos com que os alunos se deparam no desenvolvimento de uma completa compreensão do conceito de fracção estão relacionados, quer com a natureza das fracções, quer com as abordagens utilizadas para ensinar fracções. Em diversos países, essas abordagens baseiam-se quase exclusivamente no modelo parte-todo (ver Kerslake, 1986; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005). Contudo, Kerslake (1986) sugere que o ensino de fracções, recorrendo quase exclusivamente ao modelo parte-todo, afecta o conceito de fracção das crianças. Esta investigadora estudou o conceito da fracção $\frac{3}{4}$ em alunos (23) com idades compreendidas entre os 12 e os 14 anos, procurando identificar deficiências conceptuais daqueles alunos. Parte significativa destas crianças (44%) descreveu fracção como a parte de um todo; 26% explicou a fracção descrevendo a forma como está escrita (por exemplo “são dois números com uma linha no meio”); 13% explicou fracções como parte de um número; por último, 17% não foi capaz de responder. Ao serem fornecidos cartões para ajudar os alunos a explicar o que significa $\frac{3}{4}$, quase todos escolheram cartões contendo ilustrações orientadas para a interpretação da fracção como parte-todo e apenas um dos 23 alunos escolheu um cartão em que estava escrito “3:4”. Os resultados de Kerslake sugerem que o ensino de fracções baseado essencialmente no modelo parte-todo impede o reconhecimento de outro tipo de interpretações em que as fracções são utilizadas, limitando, portanto, a construção adequada do conceito.

Também Kieren (1980) constata que o recurso predominante ao modelo parte-todo limita o desenvolvimento da ideia de que uma fracção pode ser maior do que 1. Efectivamente, o procedimento, tradicionalmente utilizado, de começar com um “todo” que é dividido em várias partes iguais, das quais algumas são retiradas, não se adapta facilmente, por exemplo, à fracção $\frac{4}{3}$. Mais importante ainda, “parte de um todo” não ilustra a operação entre fracções: a imagem de $\frac{1}{2}$ de um círculo a ser adicionado a $\frac{2}{3}$ de um outro círculo não representa devidamente a soma de $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$.

Em muitos países, e particularmente em Portugal, a primeira (e por vezes a única) abordagem às fracções é feita recorrendo à situação ou interpretação parte-todo (Behr, Harel, Post & Lesh, 1984; Kerslake, 1986; Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005). Embora esta realidade pareça revelar uma pressuposição de que a situação parte-todo é aquela que mais facilita a

aprendizagem da representação simbólica de fracções, escassos são os estudos que sustentem esta posição (Mamede, Nunes & Bryant, 2005). Estes últimos autores conduziram um estudo com 80 crianças de 6 e 7 anos, que nunca tinham recebido instrução formal sobre fracções e sua representação simbólica, para perceber o efeito das situações quociente e parte-todo na compreensão do conceito de fracção das crianças. Estas crianças foram entrevistadas individualmente na resolução de problemas apresentados em situações quociente e em situações parte-todo. Os resultados de Mamede, Nunes e Bryant (2005) mostraram que o tipo de situação em que as fracções são usadas parece afectar a construção do conceito de fracção, havendo interpretações que facilitam a compreensão do conceito, bem como a construção deste, a partir do conhecimento informal das crianças.

Mais recentemente, Cardoso e Mamede (no prelo) fizeram um inquérito a 158 alunos do 6.º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 10 e 11 anos, para aferir o domínio dos alunos sobre o conceito de fracção em diferentes situações. As tarefas envolveram as situações *quociente*, *parte-todo* e *operador*, no que respeita à lógica e representação de fracções. Uma análise quantitativa revelou que o tipo de situação em que as fracções são utilizadas parece afectar a compreensão do conceito de fracção dos alunos. Os resultados deste estudo sugerem que a exploração frequente da situação *parte-todo* na sala de aula parece contribuir para um bom desempenho ao nível da representação de fracções nesta situação. Contudo, em tarefas que envolvem a equivalência e ordenação de fracções, os alunos obtiveram um melhor desempenho em situação *quociente* do que em situação *parte-todo*, apesar das situações *quociente* não terem expressão nas práticas de sala de aula. Assim, o sucesso registado na resolução de tarefas que envolvem a equivalência e ordenação de fracções em situações *quociente* parece justificar-se pelo facto deste tipo de situação ir de encontro ao conhecimento informal dos alunos. Estes resultados apoiam as ideias de Streefland (1991), que defende que as situações *quociente* se ajustam mais ao conhecimento informal dos alunos pelo facto de assentarem na actividade de partilha equitativa. Os resultados deste estudo convergem ainda com os resultados obtidos por Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, Wade e Bell (2004) que entrevistaram 130 alunos entre os 8 e 10 anos durante a resolução de tarefas de equivalência de fracções em situações parte-todo e quociente e que registaram melhores níveis de desempenho na resolução de tarefas em situação *quociente* (.66) quando comparados com os níveis obtidos na resolução de tarefas em situação parte-todo (.35).

Poderemos questionar-nos se uma maior exploração de diferentes situações ou interpretações de fracções em sala de aula ajudaria os alunos a melhorar o seu conceito de fracção, na medida em que promove a compreensão dos aspectos lógicos e de representação de fracções.

Esta comunicação descreve um estudo que envolve 84 alunos do 6.º ano de escolaridade com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. O mesmo tem como finalidade perceber que alterações se dão na apreensão do conceito de fracção quando os alunos trabalham com uma maior diversidade de situações em que as fracções são utilizadas. Para tal, procurou-se dar resposta a duas questões: (1) Existirão diferenças significativas no conceito de fracção dos alunos após exposição destes a um maior contacto com a interpretação do conceito de fracção como quociente? (2) Que efeitos se tomam evidentes no desempenho dos alunos no trabalho com fracções quando os seus diferentes tipos de interpretações são usados?

Metodologia

Foi conduzida uma investigação quantitativa procurando perceber que alterações se dão no desempenho dos alunos quando, em sala de aula, há um trabalho maior com fracções na situação quociente.

Participantes

O estudo envolveu quatro turmas de alunos do 6.º ano de escolaridade, Do grupo de intervenção faziam parte 46 alunos (2 turmas) e do grupo de controlo 38 alunos (2 turmas) do total de 84 alunos em estudo todos os alunos provenientes de escolas públicas de Braga. Em conversa informal com a investigadora, os professores do estudo em causa garantiram que as situações *parte-todo* e *operador* foram as mais trabalhadas em contexto de sala de aula, juntamente com a representação algébrica de fracções.

Desenho do estudo

Foi seguido um desenho de investigação pré-experimental com grupo de controlo não equivalente. Para que se pudessem identificar eventuais alterações de desempenho, foi aplicado, inicialmente, um pré-teste e, após a intervenção realizada, um pós-teste.

Guião com tarefas

Foi elaborado um guião com as tarefas planificadas para a intervenção previamente discutido com os professores das turmas participantes no estudo. O guião forneceu apenas uma orientação para o desenvolvimento das sessões. Este tinha um carácter algo flexível, permitindo que cada professor implementasse as tarefas de forma ajustada aos alunos de cada turma.

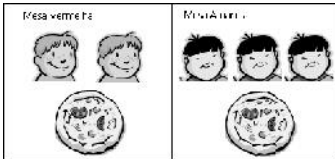

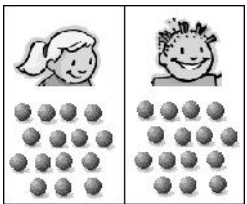
Os pré e pós-testes

Os testes apresentados aos alunos eram constituído por um total de 35 problemas – equivalência, ordenação e representação de fracções nas situações *parte-todo*, quociente e *operador*, e ainda em situações apresentadas na forma algébrica, envolvendo apenas a escrita simbólica formal de fracções, que aqui são designadas de *sem situação*. Na construção deste instrumento de recolha de informação procurou-se diversificar o tipo de situação em que as

fracções são usadas, bem como incluir nele os diferentes tipos de representação (simbólica, verbal, pictórica).

As tarefas que integram o pré e pós-testes foram inspiradas nos trabalhos de Kerslake (1986), Nunes *et al.* (2004) e Streefland (1991). A Tabela 1 apresenta um exemplo de problema para cada tipo de situação.

Tabela 3: Tipos de problemas apresentados aos alunos

Tipo de situação	Tipo de problema	Exemplo
Quociente	Ordenação	<p>Numa pizzeria havia duas mesas ocupadas: a vermelha com 2 pessoas e a amarela com 3 pessoas. Para cada mesa foi pedida 1 piza para ser partilhada de forma justa e sem sobrar nada.</p>  <p>Se estivesses com muita fome, em que mesa preferirias estar?</p> <p><input type="checkbox"/> Mesa vermelha.</p> <p><input type="checkbox"/> Mesa amarela.</p> <p><input type="checkbox"/> Ou tanto faz.</p>
Parte-todo	Representação	<p>Que figura(s) representa(m) a fracção $\frac{2}{3}$?</p> 
Operador	Ordenação	<p>A Marta e o Bruno têm 15 bombons cada um.</p> <p>A Marta dividiu os seus bombons em 3 grupos iguais e comeu 2 desses grupos.</p> <p>O Bruno dividiu os seus bombons em 5 grupos iguais e comeu 3 desses grupos.</p> <p>Assinala a afirmação verdadeira:</p>  <p><input type="checkbox"/> A Marta comeu mais bombons do que o Bruno.</p> <p><input type="checkbox"/> O Bruno comeu mais bombons do que a Marta.</p> <p><input type="checkbox"/> A Marta e o Bruno comeram a mesma quantidade de bombons.</p> <p>Escreve o número que representa a parte de bombons que cada criança comeu:</p> <p>Marta: _____ Bruno: _____</p>

		Assinala as afirmações verdadeiras:
Sem situação	Equivalência	<input type="checkbox"/> $\frac{4}{8}$ é duas vezes maior do que $\frac{2}{4}$
		<input type="checkbox"/> $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ são equivalentes
		<input type="checkbox"/> $\frac{2}{4}$ é mais pequeno do que $\frac{4}{8}$
		<input type="checkbox"/> $\frac{4}{8}$ é obtido multiplicando $\frac{2}{4}$ por 2
		<input type="checkbox"/> $\frac{2}{4}$ é duas vezes maior do que $\frac{4}{8}$

Os pré e pós-testes eram estruturalmente idênticos uma vez que procuravam identificar mudanças no desempenho dos alunos devidas à intervenção. Assim, do pré para o pós-teste, foi mantido o número de questões, o tipo de problemas sendo apenas alterada algumas das fracções envolvidas. A ordem das questões dos testes é aleatória mantendo-se a ordem do pré-teste para o pós-teste. Todas as fracções utilizadas representavam números racionais menores do que um, por serem consideradas as fracções mais simples (Kerslake, 1986).

Os dados recolhidos resultam da informação obtida a partir dos testes apresentados aos alunos do estudo. A análise dos dados aqui apresentada foi conduzida utilizando o software estatístico SPSS, versão 15.0, para o Windows.

Procedimentos

Os testes eram de resposta individual e foram aplicados durante as aulas de Matemática, sem que existisse interferência dos professores das turmas envolvidas. O pós-teste foi aplicado com intervalo inferior a uma semana.

A intervenção ocorreu durante duas aulas de 90 minutos e foi centrada na exploração do conceito de fracção em situação quociente. O professor iniciou a intervenção com tarefas de identificação de quantidades em situação quociente e, posteriormente, foram apresentadas aos alunos tarefas de equivalência e ordenação nesta situação. Os alunos responderam ainda a tarefas de ordenação e equivalência de fracções em situação parte-todo e operador. Os alunos do grupo de controlo só tiveram contacto com tarefas apresentadas em situação parte-todo e operador.

Durante as aulas experimentais, leccionadas pelos professores de Matemática das turmas envolvidas, foram fornecidas aos alunos folhas com tarefas. As crianças responderam às questões individualmente podendo discutir as suas respostas com o colega sentado ao seu lado. O professor também interagiu com os alunos ao longo das sessões sempre que necessário, por vezes colocando questões orientadoras do raciocínio dos alunos, outras vezes explicando conceitos, ou ainda emitindo algum juízo de valores sobre o desempenho dos seus alunos. Esta

interacção ocorreu de diversas formas, tanto com o grupo turma, como com os alunos em pares ou individualmente.

O investigador era um observador externo não interferindo com o desenrolar das sessões. O seu papel resumiu-se ao registo de notas escritas sobre o desempenho dos alunos em estudo. O procedimento adoptado foi idêntico nas duas turmas.

Resultados

Neste estudo são comparados os desempenhos dos alunos dos grupos de intervenção e controlo de modo a perceber os efeitos da intervenção na aprendizagem dos alunos. A Tabela 2 apresenta a média e desvio padrão da proporção de respostas correctas obtidas.

Tabela 4: Média e desvio-padrão (entre parêntesis) da proporção de respostas correctas em problemas de lógica e representação nas turmas de intervenção (N=46) e de controlo (N=38), no pré e pós-testes.

	Intervenção (N=46)		Controlo (N=38)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Lógica	.31 (.20)	.55 (.20)	.37 (.17)	.40 (.20)
Representação	.58 (.15)	.72 (.14)	.61 (.13)	.60 (.15)

Observando a tabela, podemos constatar que no pós-teste o desempenho dos alunos foi melhor no grupo de intervenção do que no grupo de controlo, tanto nos problemas de lógica (equivalência e ordenação), como nas tarefas de representação de fracções. A análise da tabela sugere ainda a inexistência de diferenças no desempenho dos alunos do grupo de controlo do pré para o pós-teste. No caso dos alunos do grupo de intervenção, os dados sugerem a existência de diferenças de desempenho do pré para o pós-teste.

Os testes de Kolmogorov-Smirnov utilizados revelam que o desempenho dos alunos no grupo de intervenção segue uma distribuição normal ($p > .05$); No caso do grupo de controlo, há violação da normalidade. Contudo, de acordo com Howell (2002), a Análise de Variância é um teste robusto a esta violação quando a maior variância não excede o quádruplo da menor.

Foi conduzida uma análise de variância (ANOVA) de uma via para verificar se há diferenças significativas de desempenho dos alunos do grupo de intervenção e do grupo de controlo na resolução das tarefas de lógica. Os resultados mostraram que há diferenças estatisticamente significativas no desempenho dos alunos nas diferentes categorias, $F(1,81)=74.72$ ($p < .001$); contrastes entre pares confirmam a existência de um melhor desempenho do grupo de intervenção na resolução das tarefas de lógica ($p < .001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica, no pré-teste, é de .57; S.E.=.02. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção

com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 8.6; p<.001$).

Foi também conduzida uma análise de variância (ANOVA) unifactorial para estudar diferenças de desempenho dos alunos do grupo de intervenção e do grupo de controlo na resolução das tarefas de representação. Os resultados evidenciaram que há diferenças significativas no desempenho dos alunos dos dois grupos, $F(1,84)=50.1$ ($p<.001$); contrastes entre pares confirmam a existência de um melhor desempenho do grupo de intervenção na resolução das tarefas de representação ($p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de representação, no pré-teste, é de .73; S.E.=.02. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 7.08, p<.001$).

O conjunto destas análises parece evidenciar que a intervenção realizada conduziu a um aumento do desempenho dos alunos na resolução das tarefas propostas.

A Tabela 3 apresenta a média e desvio padrão da proporção de respostas correctas obtidas pelos alunos do grupo de intervenção no pós-teste, nas diferentes situações estudadas, tendo em conta os aspectos lógicos e de representação de fracções.

Tabela 5: Média e desvio-padrão (entre parêntesis) da proporção de respostas correctas dos alunos do grupo de intervenção no pós-teste, em problemas de lógica e representação, nas situações quociente (QC), parte-todo (PT), operador (OP) e sem situação (SS) (N=46)

	QC		PT		OP		SS	
	Pré-T	Pós-T	Pré-T	Pós-T	Pré-T	Pós-T	Pré-T	Pós-T
Lógica	.39 (.24)	.71 (.23)	.38 (.29)	.61 (.32)	.32 (.31)	.64 (.35)	.16 (.16)	.23 (.18)
Representação	.19 (.23)	.45 (.32)	.72 (.34)	.81 (.27)	.30 (.31)	.55 (.27)	.85 (.12)	.91 (.11)

A Tabela 3 sugere um maior aumento do nível de desempenho dos alunos na situação quociente (QC), seguida da situação operador (OP). Relativamente às questões apresentadas sem situação explícita (SS) houve apenas um pequeno aumento no desempenho dos alunos.

Os testes Kolmogorov-Smirnov revelam violação da normalidade da distribuição das variáveis em estudo. Contudo, de acordo com Howell (2002), a Análise de Variância é um teste robusto a esta violação quando a maior variância não excede o quádruplo da menor.

Foram conduzidas várias Análises de Co-variância (ANCOVA), que passamos a descrever. Uma das análises teve como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de lógica em situação quociente no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de lógica em situação

quociente, no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=12.41$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica na situação quociente (QC), no pré-teste, é de .72; S.E.=.04. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 3.52$, $p<.05$). Uma outra análise de co-variância (ANCOVA) teve como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo) e como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de representação em situação quociente no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de representação em situação quociente no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=6.08$, $p<.05$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de representação na situação quociente (QC), no pré-teste, é de .45; S.E.=.04. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 2.47$, $p<.05$).

A partir do que acima referimos, será lícito afirmar que a intervenção conduzida proporcionou algum tipo de aprendizagem aos alunos na resolução de tarefas apresentadas em situação quociente (QC), ainda que esta aprendizagem se tenha manifestado mais robusta nos aspectos lógicos do que nos aspectos de representação de fracções.

Para estudar as mudanças de desempenho dos alunos na resolução de problemas que envolvem os aspectos lógicos e de representação das fracções apresentadas em situação parte-todo, foi conduzida uma análise de co-variância (ANCOVA) tendo como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de lógica em situação parte-todo (PT) no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de lógica em situação parte-todo no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=46,9$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica na situação parte-todo (PT), no pré-teste, é de .62; S.E.=.04. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 6.85$, $p<.001$).

Uma outra análise de co-variância (ANCOVA) teve como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de representação em situação parte-todo no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos

em tarefas de representação em situação parte-todo (PT) no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=61.2$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica, no pré-teste, é de .83; S.E.=.03. O teste-T dos testes post-hoc (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 7.82$, $p<.001$).

Logo, a intervenção conduzida proporcionou algum tipo de aprendizagem aos alunos na resolução de tarefas apresentadas em situação parte-todo (PT).

Foi ainda conduzida uma análise de co-variância (ANCOVA) tendo como factor categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de lógica em situação operador (OP) no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de lógica em situação operador, no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=28.14$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica, em situação operador, no pré-teste, é de .65; S.E.=.04. O teste-T dos testes post-hoc (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 5.31$, $p<.001$).

Conduziu-se ainda a análise de co-variância tendo como factor categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de representação em situação operador no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de representação em situação operador no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=14.19$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de representação em situação operador, no pré-teste, é de .56; S.E.=.04. O teste-T dos testes *post-hoc* (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 3.77$, $p<.001$).

Também aqui as análises efectuadas sugerem que a intervenção conduzida proporcionou algum tipo de aprendizagem aos alunos na resolução de tarefas apresentadas em situação OP.

Por último, foi conduzida uma análise de co-variância tendo como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de lógica sem situação explícita (SS), no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de lógica sem situação explícita no pré-teste. Os resultados mostram que o desempenho

dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=27.35$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de lógica, sem situação explícita (SS), no pré-teste, é de .26; S.E.=.03. O teste-T dos testes post-hoc (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 5.23$, $p<.001$).

A análise de co-variância tendo como factor a categoria das turmas (Intervenção, controlo), como variável dependente o desempenho dos alunos nas tarefas de representação sem situação explícita (SS), no pós-teste, fazendo co-variável o desempenho dos alunos em tarefas de representação sem situação explícita no pré-teste mostra que o desempenho dos alunos no pós-teste é melhor no grupo da intervenção do que no grupo de controlo, ($F(1,81)=16.3$, $p<.001$). A proporção da média estimada e o erro padrão, controlando os níveis de desempenho dos alunos em tarefas de representação, no pré-teste, é de .90; S.E.=.01. O teste-T dos testes post-hoc (Bonferroni), comparando o grupo de intervenção com o grupo de controlo, acusa diferenças significativas entre os grupos de controlo e de intervenção ($t(83)= 4.04$, $p<.001$).

Logo, a intervenção conduzida parece ter proporcionado algum tipo de aprendizagem aos alunos na resolução de tarefas apresentadas SS.

Discussão e Conclusões

A intervenção realizada, consistindo numa maior exploração dos diferentes tipos de situações em que as fracções são utilizadas, parece ter contribuído para uma melhoria do desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem os aspectos lógicos (equivalência e ordenação) e de representação de fracções nas diferentes situações. Mais importante ainda, esse desempenho parece traduzir um desenvolvimento e aquisição, por parte dos alunos, de um conceito de fracção mais abrangente e integral.

O aumento no nível de desempenho foi particularmente notório na situação *quociente*. Este é um resultado inesperado tendo em conta que a introdução do conceito de fracção é feito recorrendo, essencialmente, à situação parte-todo prolongando-se este contacto à situação operador. Contudo, apesar de descuradas as situações quociente no trabalho sobre fracções com estes alunos, os resultados aqui apresentados sugerem que os alunos possuem uma espécie de conhecimento informal sobre fracções que conseguem potenciar na presença de situações quociente. Esta ideia é partilhada por Nunes et al. (2004), que conduziu um estudo com 62 crianças dos 7 aos 10 anos de idade, onde são descritas estratégias utilizadas na resolução de problemas em situação quociente. Os resultados demonstraram que, apesar das crianças terem

apenas explorado as fracções em situação parte-todo, um número significativo delas utilizou a ideia de divisão para justificar a equivalência de fracções.

Os resultados aqui apresentados sugerem que o tipo de situação em que as fracções são utilizadas pode afectar a compreensão do conceito de fracção pelas crianças. Esta ideia é também partilhada por Mamede, Nunes e Bryant (2005), que conduziram um estudo com crianças de 6 e 7 anos que nunca tinha recebido instrução formal sobre fracções e sua representação simbólica, com o objectivo de perceber o efeito das situações quociente, parte-todo e operador na compreensão do conceito de fracção das crianças. Os resultados mostraram que o tipo de situação em que as fracções são usadas parece afectar o desempenho dos alunos que foi melhor na situação *quociente* o que sugere que este tipo de situação parece facilitar a compreensão do conceito de fracção das crianças, promovendo a sua construção a partir de conhecimento informal.

Contudo, a exploração do efeito das situações na compreensão do conceito de fracção dos alunos está ainda longe de ser concluída. Seria importante perceber como raciocinam os alunos em cada uma destas situações para compreendermos mais claramente os efeitos destas na aprendizagem do conceito de fracção.

Referências

- Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational Number, Ratio, and Proportion. In Douglas A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.296-333). New York: MacMillan Publishing Company.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis. In T. Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers – An Integration of Research* (pp. 13-48). Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T. & Lesh, R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (5), 323-341.
- Cardoso, P. & Mamede, E. (no prelo). Fracções no Ensino Básico: Problemas de Conceito e Implicações Educacionais. Actas do *Third International Meeting on Elementary Mathematics Education*. Portugal, Braga: 29th Nov. - 1st Dec.
- Carpenter, T. & Moser, J. (1982). The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skills. In T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: LEA.
- De Corte, E. & Verschaffel, L. (1987). The Effect of Semantic Structure on First Graders' Strategies for Solving Addition and Subtraction Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 363-381.
- DGIDC (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Documento recuperado em 04/01/2008 em <http://sitio.dgicd.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx>
- Fuson, K. & Willis, G. (1986). First and Second Graders' Performance on Compare and Equalize Word Problems. In L. Burton & C. Hoyles (Eds.), *Proceedings of the Tenth International Conference of Psychology of Mathematics Education* (pp.19-24). London: University of London - Institute of Education.

- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors – A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Berkshire: NFER-NELSON.
- Kieren, T. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Paper from a Research workshop*, (pp.101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. In T. E. Kieren (Ed.), *Recent research on number learning* (pp. 125-149). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Mamede, E. (2007). *The Effects of situations on Children's Understanding of Fractions*. PhD Thesis (unpublished thesis), Oxford Brookes University. Oxford: OBU.
- Mamede, E., Nunes, T., Bryant, P. (2005). The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 281-288). Melbourne: University of Melbourne.
- Marshall, S. (1993). Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-Based Approach. In T. Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers – An Integration of Research* (pp. 261-288). Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Revista Educação e Matemática*, 84, 48-51.
- Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122-147, 119.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J. & Bell, D. (2004). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences, Paper presented in Paris : 28-31, January.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.